

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022 (2023)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2022 (2023)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2022 (2023)

ශ්‍රේණිය I
கணிதம் I
Mathematics I

07 T I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීමේ කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

வினாத்தாளை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண்

அறிவுறுத்தல்கள் :

* இவ்வினாத்தாள் பகுதி A (வினாக்கள் 1 - 10), பகுதி B (வினாக்கள் 11 - 17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.

பகுதி A :

எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமுரிய உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.

பகுதி B :

ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் எழுதுக.

* ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A இன் விடைத்தாளானது பகுதி B இன் விடைத்தாள்களுக்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.

* வினாத்தாளின் பகுதி B ஐ மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(07) கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

மொத்தம்

இலக்கத்தில்

எழுத்தில்

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்

1

பரிசீலித்தவர்:

2

மேற்பார்வை செய்தவர்

1. $A = \{x \in \mathbb{R} : 5 - |x - 2| > 1\}$ எனவும் $B = \{x \in \mathbb{R} : |x + 3| \leq 4\}$ எனவும் கொள்வோம். $A \cap B, A \cup B, A' \cap B$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

2. A, B ஆகியன ஓர் அகிலத் தொடை S இன் தொடைப்பிரிவுகளெனக் கொள்வோம். $(A \cup B) - B = A - B$ எனக் காட்டுக.

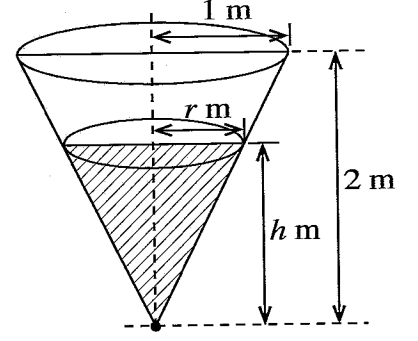
வென் வரிப்படங்களைப் பயன்படுத்தி, $(A \cap B) \cup (B - A) = B$ என வாய்ப்புப்பார்க்க.

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

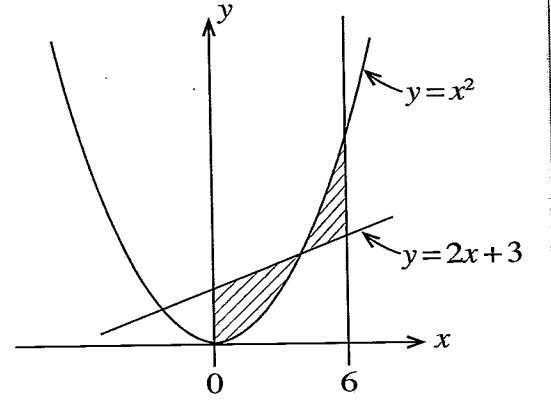
[illegible]

8. l_1, l_2 என்னும் இரு நேர்கோடுகளின் சமன்பாடுகள் முறையே $y = 3x + a, y = mx + b$ ஆகும்; இங்கு a, b, m ஆகியன மெய்யம் மாறிலிகளும் $b > 1$ உம் ஆகும். l_1, l_2 ஆகிய கோடுகள் $A \equiv (1, 4)$ இல் இடைவெட்டுகின்றன. $a = 1, b = 4 - m$ எனக் காட்டுக.
- l_1, l_2 ஆகிய கோடுகள் y -அச்சை முறையே B, C ஆகியவற்றிற் சந்திக்கின்றன. முக்கோணி ABC இன் பரப்பளவு 1 சதுர அலகாக இருக்கத்தக்கதாக b, m ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

9. ஒரு கூம்பு வடிவமுள்ள ஒரு தாங்கியின் மிகத் தாழ்ந்த புள்ளியிலிருந்து நீர் $0.05 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ வீதத்தில் ஓழுகுகின்றது. உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு கூம்பின் உயரம் 2 m உம் ஆரை 1 m உம் ஆகும். நேரம் $t \text{ s}$ இல் தாங்கியில் உள்ள நீரின் உயரம் $h \text{ m}$ எனக் கொள்வோம். $h = 0.5 \text{ m}$ ஆக இருக்கும்போது h மாறும் வீதத்தைக் காண்க.



10. $y = x^2, y = 2x + 3, x = 0, x = 6$ ஆகிய வளையிகளினால் வரைபுற்று இரு பிரதேசங்களின் மொத்தப் பரப்பளவு 36 சதுர அலகுகளெனக் காட்டுக.



சினிமா உரிமைகள் அலுவலர் / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka
 இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம்
 Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022 (2023)
 கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2022 (2023)
 General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2022 (2023)

கணிதம்	I
Mathematics	I

07 T I

பகுதி B

* ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. (a) அறுபது (60) உல்லாசப் பயணிகளைக் கொண்ட ஒரு குழு A, B, C என்னும் மூன்று நகரங்களுக்கு விஜயஞ் செய்தது. 40 உல்லாசப் பயணிகள் நகரம் A இற்கும், 35 உல்லாசப் பயணிகள் நகரம் B இற்கும், 30 உல்லாசப் பயணிகள் நகரம் C இற்கும், 20 உல்லாசப் பயணிகள் A, B ஆகிய இரு நகரங்களுக்கும், 15 உல்லாசப் பயணிகள் B, C ஆகிய இரு நகரங்களுக்கும், 18 உல்லாசப் பயணிகள் A, C ஆகிய இரு நகரங்களுக்கும் விஜயஞ் செய்தனர். எல்லா உல்லாசப் பயணிகளும் குறைந்தபட்சம் ஒரு நகரத்திற்கேனும் விஜயஞ் செய்தனரெனத் தரப்பட்டுள்ளது.

(i) எல்லா மூன்று நகரங்களுக்கும் விஜயஞ் செய்த,

(ii) நகரம் A இற்கு மாத்திரம் விஜயஞ் செய்த,

(iii) நகரம் B இற்கு விஜயஞ் செய்யாத,

உல்லாசப் பயணிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(b) மெய்நிலை அட்டவணைகளைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் கூட்டு எடுப்புகள் ஒவ்வொன்றும் ஒரு புனருத்தியா, ஓர் எதிர்மறுப்பா எனத் துணிக:

(i) $(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q),$

(ii) $(p \vee q) \wedge (r \vee \sim q) \rightarrow (p \vee r).$

12.(a) கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும்

$$\sum_{r=1}^n r(r+1)(r+2) = \frac{n}{4}(n+1)(n+2)(n+3)$$

என நிறுவுக.

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = \frac{r}{5r-4}$ எனக் கொள்வோம்.

$r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r - U_{r+1} = \frac{k}{(5r-4)(5r+1)}$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக மாறிலி k இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு,

$n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $\sum_{r=1}^n \frac{1}{(5r-4)(5r+1)} = \frac{1}{4} - \frac{(n+1)}{4(5n+1)}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(5r-4)(5r+1)}$ ஒருங்குகின்றதெனக் காட்டி, அதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க

$$\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{(5r+6)(5r+11)} = \frac{1}{55} \text{ என உய்த்தறிக.}$$

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

13.(a) $a (\neq -2)$, $b (\neq 0)$ ஆகியன மெய்யெண்களெனக் கொள்வோம்.

$x = b$ ஆனது இருபடிச் சமன்பாடு $(a+2)x^2 + bx + 4 = 0$ இன் ஒரு மூலமெனக் கருதுவோம்.

$b^2(a+3) + 4 = 0$ எனக் காட்டுக.

$(a+2)x^2 + bx + 4 = 0$ இன் பிரித்துக்காட்டியை b இல் எடுத்துரைத்து, இதிலிருந்து இச்சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய்யானவையும் வேறுவேறானவையும் ஆகுமெனக் காட்டுக.

(b) $f(x) = x^4 - 2x^3 - 2x^2 + a$ எனக் கொள்வோம். $f(x)$ ஆனது $x^2 - 4x + 4$ இனால் வகுபடத்தக்கதெனத் தரப்பட்டுள்ளது. a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

a இப்பெறுமானத்தைக் கொண்டிருக்கும்போது, $f(x)$ ஒருபோதும் மறையானதன்று எனக் காட்டுக.

14.(a) ஒவ்வோர் உறுப்பையும் அதன் மிகவும் எளிய வடிவத்தில் தந்து, $(3+x)^5$ இன் ஈருறுப்பு விரியைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\left(\frac{3}{x} + x^2\right)^5$ இன் விரியில் x^4 உறுப்பின் குணகத்தைக் காண்க.

$\left(\frac{3}{x} + x^2\right)^5 + \left(\frac{3}{x} - x^2\right)^5$ இன் விரியில் x^4 உறுப்பின் குணகத்தை உய்த்தறிக.

(b) ஒருவர் ரூ. 500 000 ஐ வைப்புச் செய்வதன் மூலம் ஆண்டு 6% வீத வட்டியை மாதந்தோறும் கூட்டு வட்டியாகக் கொடுப்பனவு செய்யும் ஒரு வங்கியின் சேமிப்புக் கணக்கை ஆரம்பிக்கின்றார்.

ஒவ்வொரு மாதத்தின் இறுதியிலும் கணக்கிற்கு வட்டி சேர்க்கப்பட்டதும் இவர் கடனைத் தீர்ப்பதற்காக ரூ. 20 000 ஐத் திரும்ப எடுக்கின்றார். n ஆவது திரும்ப எடுத்தலுக்குப் பின்னர் கணக்கில் உள்ள தொகை ரூ. A_n எனக் கொள்வோம்.

$A_2 = (1.005)^2 A - (1.005 + 1)B$ எனவும்

$A_3 = (1.005)^3 A - ((1.005)^2 + 1.005 + 1)B$ எனவும்

காட்டுக; இங்கு $A = 500\ 000$ உம் $B = 20\ 000$ உம் ஆகும்.

A_n இற்கு ஓர் இயல்பொத்த கோவையை எழுதி, $A_n = (1.005)^n A - 200[(1.005)^n - 1]B$ எனக் காட்டுக.

இவர் தனது கணக்கிலிருந்து எவ்வளவு காலத்திற்குப் பணத்தைத் திரும்ப எடுக்கலாம்?

15. $l_1 : x - 2y + 3 = 0$ எனவும்

$l_2 : x + y - 3 = 0$ எனவும் கொள்வோம்.

l_1, l_2 ஆகியவற்றின் வெட்டுப் புள்ளியினூடாகவும் புள்ளி $A \equiv (4, \frac{1}{2})$ இனூடாகவும் செல்லும் கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

புள்ளி $B \equiv (3, 3)$ ஆனது l_1 மீது இருக்கின்றதெனக் காட்டுக.

C ஆனது BC இன் நடுப்புள்ளி A ஆக இருக்கத்தக்கதாக உள்ள புள்ளியாகும். C இன் ஆள்கூறுகளைக் கண்டு, அது l_2 மீது இருக்கின்றதெனக் காட்டுக.

B இனூடாகவும் l_2 இற்குச் செங்குத்தாகவும் உள்ள கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

இக்கோட்டினதும் கோடு l_2 இனதும் வெட்டுப் புள்ளி D எனக் கொள்வோம். D இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

E ஆனது $BECD$ ஒரு செவ்வகமாக இருக்கத்தக்கதாக உள்ள புள்ளியாகும்.

செவ்வகம் $BECD$ இன் பரப்பளவைக் காண்க.

16.(a) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{x(x-2)^2} \right) \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{4} \right)$ ஐப் பெறுமானங் கணிக்க.

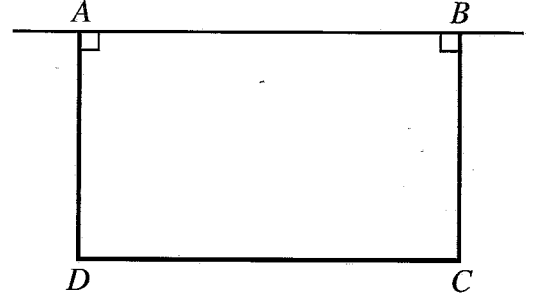
(b) பின்வரும் ஒவ்வொன்றையும் x ஐக் குறித்து வகையிடுக.

(i) $(2x + 5)^5 (3x - 1)^6$,

(ii) $\sqrt{\frac{x^2 + 3}{x^2 + 1}}$,

(iii) $\ln(e^{x^2} - 2x + 1)$.

(c) 50 m^2 பரப்பளவுள்ளதும் பக்கம் AB ஒரு மதிலுக்கு எல்லையாக உள்ளதுமான ஒரு செவ்வகக் காணித் துண்டு $ABCD$ உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளது. அதன் மற்றைய மூன்று பக்கங்கள் வழியேயும் ஒரு வேலியை அமைக்க வேண்டியுள்ளது. வேலியின் மொத்த நீளம் $L \text{ m}$ ஆனது $x > 0$ இற்கு $L = 2x + \frac{50}{x}$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக; இங்கு $AD = x \text{ m}$.



L குறைந்தபட்சமாக இருக்கத்தக்கதாக x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

17.(a) $\frac{1}{x^2(2x-1)}$ ஐ வடிவம் $\frac{A}{x^2} + \frac{B}{x} + \frac{C}{2x-1}$ இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு A, B, C ஆகியன துணியப்பட வேண்டிய மாறிலிகளாகும்.

இதிலிருந்து, $\int \frac{1}{x^2(2x-1)} dx$ ஐக் காண்க.

(b) பகுதிகளாகத் தொகையிடல் முறையைப் பயன்படுத்தி, $\int_0^1 xe^x dx$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(c) பின்வரும் அட்டவணை 0 இற்கும் 1 இற்குமிடையே, நீளம் 0.2 ஐ உடைய ஆயிடைகளில் x இன் பெறுமானங்களுக்குச் சார்பு $f(x) = e^{\sqrt{x}}$ இன் பெறுமானங்களை மூன்று தசம தானங்களுக்குச் சரியாகத் தருகின்றது.

x	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$f(x)$	1	1.564	1.882	2.170	2.446	2.718

சரிவகப்போலி நெறி ஐப் பயன்படுத்தி, $I = \int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx$ இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

இதிலிருந்து, $\int_0^1 xe^x dx$ இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

கணிதம்	II
Mathematics	II

07 T II

අමතර කියවීමේ කාලය	- මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம்	- 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time	- 10 minutes

சுட்டுடன்

* புள்ளிவிவர அட்டவணைகள் வழங்கப்படும்.

(07) கணிதம் II		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
மொத்தம்		

மேற்பார்வை செய்தவர்

பகுதி A

1. $a, b, c \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம்.

$$\begin{vmatrix} a^2 & -ab & -ac \\ -ab & b^2 & -bc \\ -ac & -bc & c^2 \end{vmatrix} = -4a^2b^2c^2 \text{ எனக் காட்டுக.}$$

2. $A = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ எனவும் $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ எனவும் கொள்வோம்; இங்கு $x \in \mathbb{R}$ ஆகும். AB ஐ x இற் காண்க.

இப்போது $C = \begin{pmatrix} x+2 & 1 \\ 3x+5 & 2 \end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம். $B^T A^T = 7C$ எனத் தரப்பட்டிருக்கும்போது x இன் பெறுமானத்தைத் துணிக.

- (ii) 500 ஆணிகள் உள்ள ஒரு மாதிரியில் நிராகரிக்கப்படுமென எதிர்பார்க்கப்படும் ஆணிகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றைக் காண்க.

[illegible]

- (ii) இரண்டிற்கு மேற்பட்டவை பழுதுபட்டிருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

[illegible]

- (ii) சோதனை A இல் சித்தியடைந்துள்ளான் எனத் தரப்படும்போது சோதனை B இல் சித்தியடைந்திருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

A, B ஆகியன இரு சாரா நிகழ்வுகளெனின், $p = \frac{1}{2}$ எனக் காட்டுக.

- | | | | | | |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $P(X=x)$ | 0.3 | 0.1 | p | q | 0.2 |

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features ten sets of horizontal lines across the page. Each set consists of a solid top line, a dashed middle line, and a solid bottom line, providing a guide for letter height and placement in handwriting practice. The paper is otherwise blank, with no margins or additional markings.

- $$f(x) = \begin{cases} k(x^2 + 1) & , \quad 0 \leq x \leq 1, \\ 0 & , \quad \text{அவ்வாறு இல்லாதபோது,} \end{cases}$$

This image shows a full page of white paper with horizontal dotted lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரීட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரīட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2022(2023)
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2022(2023)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2022(2023)

ගණිතය II
கணிதம் II
Mathematics II

07 T II

பகுதி B

* ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. ஒரு தொழிற்சாலையில் A, B, C என்னும் மூன்று வகைப் பூச்செண்டுகள் செய்யப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு A வகைப் பூச்செண்டிலும் 7 ரோசாக்கள், 4 லில்லிகள், 3 காணேஷன்கள் வீதம் உள்ளன. ஒவ்வொரு B வகைப் பூச்செண்டிலும் 5 ரோசாக்கள், 3 லில்லிகள், 6 காணேஷன்கள் வீதம் உள்ளன. ஒவ்வொரு C வகைப் பூச்செண்டிலும் 3 ரோசாக்கள், 3 லில்லிகள், 2 காணேஷன்கள் வீதம் உள்ளன. ஒவ்வொரு நாளும் தொழிற்சாலை குறைந்தபட்சம் 420 ரோசாக்களையும் உயர்ந்தபட்சம் 480 லில்லிகளையும் குறைந்தபட்சம் 300 காணேஷன்களையும் பயன்படுத்துதல் வேண்டும். மேலும் ஒவ்வொரு நாளும் செய்யப்படும் C வகைப் பூச்செண்டுகளின் எண்ணிக்கை செய்யப்படும் B வகைப் பூச்செண்டுகளின் எண்ணிக்கையின் மூன்று மடங்கிற்குச் சமமாகும். தொழிற்சாலை ஒவ்வொரு A, B, C வகைப் பூச்செண்டிலிருந்தும் முறையே ரூ. 1500, ரூ. 1000, ரூ. 500 வீதம் இலாபத்தை உழைக்கும் அதே வேளை இலாபத்தை உயர்ந்தபட்சமாக்குவதற்கு எதிர்பார்க்கின்றது.
- (i) இதனை ஓர் ஏகபரிமாண நிகழ்ச்சித்திட்டப் பிரசினமாகச் சூத்திரிக்க.
- (ii) இயல்தகு பிரதேசத்தைப் பரும்படியாக வரைக.
- (iii) வரைபு முறையைப் பயன்படுத்தி, உயர்ந்தபட்ச இலாபத்தை உழைப்பதற்குச் செய்யப்பட வேண்டிய ஒவ்வொரு வகைப் பூச்செண்டுகளின் எண்ணிக்கைகளையும் காண்க.

12. (a) $A = \begin{pmatrix} a & -1 & 2 \\ 3 & a & b \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & c & d \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

$AB^T = C$ எனின், a, b, c, d ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$D = -C + 4I$ எனக் கொள்வோம், இங்கு I ஆனது வரிசை 2 இலான சர்வசமன்பாட்டுத் தாயமாகும்.

D^{-1} ஐக் காண்க.

$ED = C$ ஆக இருக்கத்தக்கதாகத் தாயம் E ஐக் கண்டு, $ED - DE \neq O$ எனக் காட்டுக; இங்கு O ஆனது வரிசை 2 இலான பூச்சியத் தாயமாகும்.

(b) $a \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம்.

$$(a^2 - 1)x + 3y = 3$$

$$(a + 1)x + y = 1$$

என்னும் ஒருங்கமை சமன்பாட்டுச் சோடியை வடிவம் $AX = B$ இல் எழுதுக; இங்கு $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ உம் A, B ஆகியன துணியப்பட வேண்டிய தாயங்களுமாகும்.

$$\Delta = \begin{vmatrix} (a^2 - 1) & 3 \\ (a + 1) & 1 \end{vmatrix} \text{ எனக் கொள்வோம்.}$$

சமன்பாடு $\Delta = 0$ இன் மூலங்கள் $a = 4, a = -1$ எனக் காட்டுக.

மேற்குறித்த சமன்பாட்டுச் சோடிக்கு

(i) $a = 4$ ஆக இருக்கும்போது முடிவின்றிப் பல தீர்வுகள் இருக்கின்றன எனவும்

(ii) $a = 2$ ஆக இருக்கும்போது ஒரு தனித் தீர்வு இருக்கின்றது எனவும்

காட்டுக.

13. (a) முகங்களில் 1, 2, 3, 4, 5, 6 எனக் குறிக்கப்பட்ட ஒரு கோடாத கனவளவுத் தாயக்கட்டையும் முகங்களில் 1, 2, 3, 4 எனக் குறிக்கப்பட்ட ஒரு கோடாத நான்முகித் தாயக் கட்டையும் ஒரே தடவை மேலே எறியப்படுகின்றன. கீழ் முகங்களில் இருக்கும் எண்கள் குறித்துக் கொள்ளப்படுகின்றன. A ஆனது குறித்துக் கொள்ளப்படும் இரு எண்களினதும் கூட்டுத்தொகை 6 ஆக இருக்கும் நிகழ்வு எனவும் B ஆனது நான்முகித் தாயக்கட்டையிலிருந்து கிடைக்கும் பெறுமானம் இரட்டையாக இருக்கும் நிகழ்வு எனவும் கொள்வோம்.

$P(A), P(B), P(A \cap B)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

- (b) நான்கு (4) கணிதப் புத்தகங்களையும் 4 உயிரியற் புத்தகங்களையும் ஒரு புத்தக அலுவலரித் தட்டில் ஒழுங்குபடுத்தி வைத்தல் வேண்டும்.

(i) ஒரே விடயத்திற்குரிய எல்லாப் புத்தகங்களும் ஒருமிக்க இருக்குமாறு

(ii) எந்த இரு கணிதப் புத்தகங்களும் ஒருமிக்க இராதவாறு

ஒழுங்குபடுத்தி வைக்கப்படுவதற்கான வெவ்வேறு வழிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

- (c) ஒரு கூட்டத்தில் 9 ஆண்களும் 7 பெண்களும் உள்ளனர். இக்கூட்டத்தின் உறுப்பினர்களிலிருந்து 8 உறுப்பினர்களைக் கொண்ட ஒரு குழுவைத் தெரிந்தெடுக்க வேண்டியுள்ளது.

(i) குழு தெரிந்தெடுக்கப்படத்தக்க

(ii) குழுவில் ஆண்களிலும் பார்க்கப் பெண்கள் கூடுதலாக இருக்குமாறு குழு தெரிந்தெடுக்கப்படத்தக்க வெவ்வேறு வழிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

14. ஒரு பெட்டியில் நிறம் தவிர ஏனைய எல்லா அம்சங்களிலும் சர்வசமமான 5 கறுப்புப் பந்துகளும் 5 வெள்ளைப் பந்துகளும் உள்ளன. இப்பெட்டியிலிருந்து இரு பந்துகள் எழுமாற்றாக வெளியே எடுக்கப்படுகின்றன. இவ்விரு பந்துகளும் கறுப்புப் பந்துகளாக இருப்பின் அவை பெட்டியில் மறுபடியும் இடப்படும் அதே வேளை அவை அவ்வாறு இராவிட்டால் அவ்வாறு செய்யப்படுவதில்லை. இப்போது பெட்டியிலிருந்து மறுபடியும் இரு பந்துகள் எழுமாற்றாக வெளியே எடுக்கப்படுகின்றன.

(i) முதலாந் தடவை வெளியே எடுத்த இரு பந்துகளும் கறுப்புப் பந்துகளாக இருப்பதற்கான,

(ii) முதலாந் தடவை வெளியே எடுத்த இரு பந்துகளும் கறுப்புப் பந்துகளெனத் தரப்படும்போது இரண்டாந் தடவை வெளியே எடுத்த இரு பந்துகளும் கறுப்புப் பந்துகளாக இருப்பதற்கான,

(iii) இரண்டாந் தடவை வெளியே எடுத்த இரு பந்துகளும் கறுப்புப் பந்துகளெனத் தரப்படும்போது முதலாந் தடவை வெளியே எடுத்த இரு பந்துகளும் கறுப்புப் பந்துகளாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

15. ஓர் ஆசிரியர் தனது வகுப்பில் உள்ள மாணவர்கள் ஒரு வாரத்தில் கற்பதற்குச் செலவிடும் நேரங்கள், இடை 4 மணித்தியாலத்துடனும் நியம விலகல் 0.25 மணித்தியாலத்துடனும் செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ளனவெனக் கண்டுபிடித்துள்ளார். கற்பதற்கு

(i) 4 மணித்தியாலங்களுக்கும் $4\frac{1}{2}$ மணித்தியாலங்களுக்கும் இடைப்பட்ட நேரத்தை,

(ii) $3\frac{1}{2}$ மணித்தியாலத்திலும் குறைவான நேரத்தைச்

செலவிடும் மாணவர்களின் சதவீதத்தைக் காண்க.

இரு மாணவர்கள் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்படும்போது அவர்களிடையே

(iii) செப்பமாக ஒரு மாணவன் மாத்திரம் $3\frac{1}{2}$ மணித்தியாலத்திலும் குறைவான நேரத்தை,

(iv) குறைந்தபட்சம் ஒரு மாணவனேனும் $3\frac{1}{2}$ மணித்தியாலத்திலும் குறைவான நேரத்தைக்

கற்பதற்குச் செலவிடுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

ஆசிரியரின் ஆலோசனையின் பேரில் மாணவர்கள் கற்பதற்குக் கூடுதலான நேரத்தைச் செலவிடுகின்றனரெனக் கொள்வோம். ஆசிரியர் ஆலோசனைக்குப் பின்னரும் மாணவர்கள் ஒரு வாரத்தில் கற்பதற்குச் செலவிடும் நேரங்கள் அதே நியம விலகல் 0.25 மணித்தியாலங்களுடன் ஒரு செவ்வன் பரம்பலைப் பின்பற்றுவதாகக் கண்டுபிடித்துள்ளார். ஆலோசனைக்குப் பின்னர் மாணவர்களில் 24.2% ஆனோர் கற்பதற்கு 5 மணித்தியாலங்களுக்கு மேற்பட்ட நேரத்தைச் செலவிட்டால், எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்த ஒரு மாணவன் கற்பதற்குச் செலவிடும் நேரத்தின் எதிர்பார்த்த பெறுமானம் யாது?

16. ஐம்பது மாணவர்கள் ஒரு பரீட்சைக்குத் தோற்றினர். மாணவர்கள் பரீட்சையை முடிப்பதற்கு எடுத்த நேரங்களின் மீறின் பரம்பல் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது.

நேரம் (நிமிடங்கள்)	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
10 – 20	7
20 – 30	12
30 – 40	20
40 – 50	7
50 – 60	4

(i) மேற்குறித்த தரவுகளுக்குப் பின்வரும் ஒவ்வொன்றையும் மதிப்பிடுக.

(a) இடை

(b) நியம விலகல்

(c) இடையம்

(d) ஆகாரம்

(e) காலணையிடை வீச்சு

(ii) அறிக்கையிடுவதில் உள்ள ஒரு வழக் காரணமாக, இரு மாணவர்கள் எடுத்த நேரங்கள் பின்வருமாறு மாற்றப்பட நேர்ந்தது.

தொடக்கத் தரவு	திருத்திய தரவு
25	35
41	47

புதிய நேரப் பரம்பலின் இடையைக் காண்க.

17. ஒரு செயற்றிட்டத்தின் செயற்பாடுகளுக்கு எடுக்கும் நேரமும் செயற்பாடுகளின் பாய்ச்சலும் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

செயற்பாடு	முந்திய செயற்பாடு (செயற்பாடுகள்)	காலம் (மாதங்களில்)
A	—	2
B	A	5
C	A	4
D	A	8
E	A	5
F	B, C	5
G	D, E	4
H	E	8
I	F, G	3
J	I, H	2

- (i) செயற்றிட்ட வலையமைப்பை அமைக்க.
- (ii) ஒவ்வொரு செயற்பாடுகளுக்கும் முந்திய தொடக்க நேரம், முந்திய முடிக்கும் நேரம், பிந்திய தொடக்க நேரம், பிந்திய முடிக்கும் நேரம், மிதப்பு ஆகியவற்றைக் காட்டும் ஒரு செயற்பாட்டு அட்டவணையைத் தயாரிக்க.
- (iii) இச்செயற்றிட்டத்தின் அவதிப் பாதையை எழுதுக.
- (iv) எல்லாச் செயற்பாடுகளும் திட்டமிட்டவாறு நிறைவேற்றப்படுமெனின், செயற்றிட்டத்தை முடிக்கத்தக்க முந்திய நேரத்தைக் காண்க.
- (v) செயற்றிட்டத்தை முடிக்கும் நேரத்தில் பின்வரும் ஒவ்வொன்றும் எங்ஙனம் செல்வாக்குச் செலுத்தும்?
- (a) செயற்பாடு A ஆனது 3 மாதங்களினால் தாமதமடைதல்
- (b) செயற்பாடு H ஆனது 10 மாதங்களினால் தாமதமடைதல்

* * *