AL/2024/11/T-I

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது /All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2024
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2024
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2024

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 T I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

வினாத்தாளை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண் | | | | | | | |

அறிவுறுத்தல்கள் :

※ இவ்வினாத்தாள் **பகுதி A** (வினாக்கள் **1 - 10**), **பகுதி B** (வினாக்கள் **11 - 17**) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.

※ **பகுதி A:**
எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமுரிய உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.

※ **பகுதி B:**
ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் எழுதுக.

※ ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** இன் விடைத்தாளானது **பகுதி B** இன் விடைத்தாளுக்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.

※ வினாத்தாளின் **பகுதி B ஐ மாத்திரம்** பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(11) உயர் கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

மொத்தம்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்	
பரிசீலித்தவர்: 1	
2	
மேற்பார்வை செய்தவர்	

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

Download all Past Papers> https://bookbeekid.com/resource/past-papers/

பகுதி A

1. காரணிப்படுத்துக: $a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b)$.

2. $a-b$ ஆனது 3, 5 ஆகிய இரண்டினாலும் வகுபடுமெனின், aRb இனால் எல்லா நிறைவெண்களினதும் தொடையாகிய $\mathbb{Z}$ மீது ஒரு தொடர்பு R வரையறுக்கப்படுகின்றதெனக் கொள்வோம். R ஆனது $\mathbb{Z}$ மீது ஒரு சமவன்மைத் தொடர்பெனக் காட்டி, 0 இன் சமவன்மை வகுப்பை எழுதுக.

[பக். 3 ஐப் பார்க்க

Download all Past Papers> https://bookbeekid.com/resource/past-papers/

0137

3. $x \geq 2$ இற்கு $f(x) = x^2 - 4x + 5$ எனக் கொள்வோம். f ஒன்றுக்கொன்றானதெனக் காட்டி, f இன் வீச்சைக் காண்க.

$f^{-1}(x)$ ஐயும் காண்க.

4. $a, b, c \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம். $\begin{vmatrix} a & a^2 & 1+a^3 \\ b & b^2 & 1+b^3 \\ c & c^2 & 1+c^3 \end{vmatrix} = (1 + abc)\,(a-b)\,(b-c)\,(c-a)$ எனக் காட்டுக.

[பக். 4 ஐப் பார்க்க

Download all Past Papers> https://bookbeekid.com/resource/past-papers/

5. புள்ளி $(-a, 0)$ இலிருந்து பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இற்கு வரையப்பட்டுள்ள தொடலிகள் செங்குத்தானவையெனக் காட்டுக.

6. $a, b \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம். மேலும், $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ஆனது

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{a\left(\sqrt{x+1} - 2\right)}{x-3}, & x > 3 \text{ எனின்,} \\[2ex] e^{x-3} + bx, & x \leq 3 \text{ எனின்,} \end{cases}$$

இனால் தரப்படும் சார்பெனக் கொள்வோம். f தொடர்ச்சியானது எனவும் $x = 0$ ஆக இருக்கும்போது f இன் வரைபுக்கு வரையப்பட்டுள்ள தொடலிக் கோட்டின் படித்திறன் $e^{-3} + 1$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

[பக். 5 ஐப் பார்க்க

Download all Past Papers> https://bookbeekid.com/resource/past-papers/

7. $x \in \mathbb{R}$ இற்கு $f(x) = 2^x$ எனவும் $x > -1$ இற்கு $g(x) = 1 + \ln(x+1)$ எனவும் கொள்வோம். $x = 0$ ஆக இருக்கும்போது f, g ஆகியவற்றின் வரைபுகளுக்கு வரையப்பட்டுள்ள தொடலிக் கோடுகளின் படித்திறன்களைக் காண்க.

இப்போது $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ஆனது

$$h(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0 \text{ எனின்,} \\ 1 + \ln(x+1), & x > 0 \text{ எனின்,} \end{cases}$$

இனால் வரையறுக்கப்படும் சார்பு எனவும் கொள்வோம். $x = 0$ இல் h வகையிடப்படத்தக்கதா? உங்கள் விடையை நியாயப்படுத்துக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

8. வகையீட்டுச் சமன்பாடு $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x - y}{x + y} + \dfrac{y}{x}$ ஐத் தீர்க்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[பக். 6 ஐப் பார்க்க

Download all Past Papers> https://bookbeekid.com/resource/past-papers/

9. [0, 1] மீது f'' ஆனது தொடர்ச்சியானதாகவும் $f'(1) = f(1)$ ஆகவும் இருக்குமாறு f ஒரு மெய்ப் பெறுமானமுள்ள சார்பெனக் கொள்வோம்.

$\int_0^1 \left\{x f'(x) + x^2 f''(x)\right\} \mathrm{d}x = \int_0^1 f(x)\, \mathrm{d}x$ எனக் காட்டுக.

10. $r = 1 + \sin\theta$, $r = 3\sin\theta$ என்னும் முனைவுச் சமன்பாடுகள் உள்ள வளையிகளை ஒரே வரிப்படத்திற் பரும்படியாக வரைக. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ இற்கு இவ்விரு வளையிகளினதும் வெட்டுப் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

* *

[பக். 7 ஐப் பார்க்க

Download all Past Papers> https://bookbeekid.com/resource/past-papers/

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව /முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2024
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2024
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2024

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 T I

பகுதி B

※ **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. (*a*) A, B, C ஆகியன ஓர் அகிலத் தொடை S இன் தொடைப்பிரிவுகளெனக் கொள்வோம். தொடை அட்சரகணிதத்தில் நீங்கள் பயன்படுத்தும் விதிகளைத் தெளிவாகக் குறிப்பிட்டு,

(i) $(B \cup C) \cap A' = (A' \cap B) \cup (C \cap A' \cap B')$,

(ii) $A \cap (B \cap C') = (A \cap B) \cap (A \cap C)'$

எனக் காட்டுக.

(*b*) 400 உல்லாசப் பயணிகளின் குழு ஒன்றில் 103 பேர் அனுராதபுரத்தை மாத்திரம் பார்ப்பதற்கும் 32 பேர் கண்டியை மாத்திரம் பார்ப்பதற்கும் 71 பேர் யாழ்ப்பாணத்தை மாத்திரம் பார்ப்பதற்கும் விரும்பினர். 19 பேர் இம்மூன்று நகரங்களையும் பார்ப்பதற்கு விரும்பினர். 41 பேர் இம்மூன்று நகரங்களில் எந்த நகரத்தையும் பார்ப்பதற்கு விரும்பவில்லை. 235 பேர் கண்டியைப் பார்ப்பதற்கு விரும்பவில்லை. 200 பேர் யாழ்ப்பாணத்தைப் பார்ப்பதற்கு விரும்பவில்லை.
கண்டியையும் யாழ்ப்பாணத்தையும் மாத்திரம் பார்ப்பதற்கு விரும்பும் உல்லாசப் பயணிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

12. (*a*) $a, b, c \in \mathbb{R}$ எனவும் $a, b, c > 0$ எனவும் கொள்வோம்.

(i) $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ எனவும்,

(ii) $\dfrac{a^2+b^2}{c^2} + \dfrac{b^2+2c^2}{a^2} + \dfrac{2c^2+a^2}{b^2} \geq 2 + 4\sqrt{2}$ எனவும்

காட்டுக.

(*b*) $u, v \in \mathbb{R}$ இன் பூச்சியமற்ற சில பெறுமானங்களுக்கு $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -8 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$ ஆக இருக்குமாறு λ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக, $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -8 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ இனால் வரையறுக்கப்படும் உருமாற்றத்தின் கீழ் அது தன் மீதே படமாக்கப்படும் உற்பத்தியினூடாகச் செல்லும் கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

Download all Past Papers> https://bookbeekid.com/resource/past-papers/

13. ஒரு நேர் நிறைவெண் சுட்டிக்குத் **த மோய்வரின் தேற்றத்தைக்** கூறி, நிறுவுக.

த மோய்வரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, $\theta \in \mathbb{R}$ இற்கு

$\cos 5\theta = \cos^5\theta - 10\cos^3\theta\sin^2\theta + 5\cos\theta\sin^4\theta$ எனவும்

$\sin 5\theta = 5\cos^4\theta\sin\theta - 10\cos^2\theta\sin^3\theta + \sin^5\theta$ எனவும்

காட்டுக.

இதிலிருந்து, $n \in \mathbb{Z}$ இற்கு $\theta \neq \frac{n\pi}{5}$ ஆக இருக்கும்போது $\tan 5\theta = \dfrac{5\tan\theta - 10\tan^3\theta + \tan^5\theta}{1 - 10\tan^2\theta + \tan^4\theta}$ எனக் காட்டுக.

$\tan\frac{\pi}{5}$ ஆனது சமன்பாடு $x^4 - 10x^2 + 5 = 0$ இன் ஒரு மூலமென நிறுவுக.

k இன் பெறுமானங்களைக் குறிப்பிட்டு, சமன்பாடு $x^4 - 10x^2 + 5 = 0$ இன் ஏனைய மூலங்களை வடிவம் $\tan\frac{k\pi}{5}$ இல் தருக.

$\tan^2\frac{\pi}{5} + \tan^2\frac{2\pi}{5} = 10$ என **உய்த்தறிக.**

14. (*a*) C_1, C_2 ஆகியன முறையே $y = \left|x^2 - 1\right|$, $y = x^2 - x|x|$ ஆகியவற்றினால் தரப்படும் வளையிகளெனக் கொள்வோம். C_1, C_2 ஆகிய வளையிகளினால் உள்ளடைக்கப்படும் பிரதேசம் S ஐப் பரும்படியாக வரைக. பிரதேசம் S இன் பரப்பளவு $\frac{2}{3\sqrt{3}}\left(1 + \sqrt{3}\right)$ எனக் காட்டுக.

மேலும், பிரதேசம் S ஐ x-அச்சுப் பற்றி 2π ஆரையன்களினூடாகச் சுழற்றும்போது பிறப்பிக்கப்படும் திண்மத்தின் கனவளவைக் காண்க.

(*b*) வகையீட்டுச் சமன்பாடு $\left(x^2 + 1\right)\frac{dy}{dx} + xy = \sqrt{x^2 + 1}\sin x$ ஐ $x = 0$ ஆக இருக்கும்போது $y = 1$ என்னும் நிபந்தனையின் கீழ்த் தீர்க்க.

15. (*a*) $a > 0$ இற்கும் $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$ இற்கும் $I_n = \int_0^a x^n\sqrt{a^2 - x^2}\,dx$ எனக் கொள்வோம்.

$n \geq 2$ இற்கு $I_n = \frac{(n-1)}{(n+2)}a^2 I_{n-2}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\int_0^2 x^4\sqrt{4 - x^2}\,dx$ ஐப் பெறுமானங்கணிக்க.

(*b*) x^5 இலான உறுப்பு (உட்பட) வரைக்கும் x இன் ஏறுவலுக்களில் $\sin x$ இனதும் $\ln(1 - x)$ இனதும் மக்குளோரின் தொடர்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து, x^3 இலான உறுப்பு (உட்பட) வரைக்கும் x இன் ஏறுவலுக்களில் $\sin 2x\ln(1 + 2x)$ இன் மக்குளோரின் தொடரைப் பெறுக.

இதனைப் பயன்படுத்தி, $\int_0^{\frac{1}{4}} \sin 2x \ln\left(\frac{1 + 2x}{1 - 2x}\right)dx$ இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

[பக். 9 ஐப் பார்க்க

Download all Past Papers> https://bookbeekid.com/resource/past-papers/

16. (i) கோடு $y = mx + c$ ஆனது நீள்வளையம் $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ இற்கு, $c^2 = a^2m^2 + b^2$ ஆக இருந்தால் - இருந்தால் மாத்திரம், ஒரு தொடலியாக இருக்குமென நிறுவுக.

(ii) நீள்வளையம் $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ இற்குச் செங்குத்தாக இடைவெட்டும் தொடலிகளின் வெட்டுப் புள்ளியின் ஒழுக்கு $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ இனால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.

(iii) நீள்வளையம் $x^2 + 4y^2 = 4$ இற்கு உள்ள ஒரு தொடலி நீள்வளையம் $x^2 + 2y^2 = 6$ ஐ P, Q என்னும் புள்ளிகளிற் சந்திக்கின்றது. நீள்வளையம் $x^2 + 2y^2 = 6$ இன் P, Q ஆகிய புள்ளிகளில் உள்ள தொடலிகள் செங்கோணங்களில் இருக்கின்றவெனக் காட்டுக.

17. (*a*) $x \in \mathbb{R}$ இற்கு $f(x) = \frac{1-\cos 2x}{3+\cos 2x}$ எனக் கொள்வோம்.

(i) $x \in \mathbb{R}$ இற்கு $0 \le f(x) \le 1$ எனக் காட்டுக.

(ii) $f(x) = 0$, $f(x) = 1$ என்னும் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்து $0 \le x \le 2\pi$ இற்குத் திரும்பற் புள்ளிகளைக் காட்டி $y = f(x)$ இன் வரைபைப் பரும்படியாக வரைக.

(*b*) பின்வரும் அட்டவணையின் மூலம் x இன் 0 இற்கும் 1 இற்குமிடையே உள்ள பெறுமானங்களுக்கு $f(x) = e^{-x^2}$ இன் பெறுமானங்கள் இரு தசம தானங்களுக்குச் சரியாகத் தரப்படுகின்றன:

x	0.00	0.25	0.50	0.75	1.00
$f(x) = e^{-x^2}$	1.00	0.94	0.78	0.57	0.37

சிம்சனின் நெறியைப் பிரயோகித்து, $\int_0^1 e^{-x^2}\,dx$ இன் ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$\int_0^1 \left(15 - e^{3-x^2}\right)dx$ இன் ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானம் 0.54 எனத் தரப்பட்டுள்ளது. e^3 இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

* * *

Download all Past Papers> https://bookbeekid.com/resource/past-papers/

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව /முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2024
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2024
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2024

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 T II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

வினாத்தாளை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்கள் :

- ※ இவ்வினாத்தாள் பகுதி A (வினாக்கள் **1 - 10**), பகுதி B (வினாக்கள் **11 - 17**) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டது.
- ※ **பகுதி A:**
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமுரிய உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- ※ **பகுதி B:**
  ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் எழுதுக.
- ※ ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** இன் விடைத்தாளானது **பகுதி B** இன் விடைத்தாளுக்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- ※ வினாத்தாளின் **பகுதி B ஐ மாத்திரம்** பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

- ※ புள்ளிவிவர அட்டவணைகள் வழங்கப்படும்.
- ※ g புவியீர்ப்பினாலான ஆர்முடுகலைக் குறிக்கின்றது.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(11) உயர் கணிதம் II		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

மொத்தம்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்	
பரிசீலித்தவர்: 1	
2	
மேற்பார்வை செய்தவர்	

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

Download all Past Papers> https://bookbeekid.com/resource/past-papers/

பகுதி A

1. $\mathbf{F} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \alpha\mathbf{k}$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு $\alpha \in \mathbb{R}$. கோடு $\mathbf{r} = a\mathbf{i} + \mathbf{j} + \lambda(\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \alpha\mathbf{k})$ வழியே தாக்கும் விசை $\mathbf{F}$ ஐயும் கோடு $\mathbf{r} = \mathbf{i} + b\mathbf{j} + \mathbf{k} + \mu(\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \alpha\mathbf{k})$ வழியே தாக்கும் விசை $-\mathbf{F}$ ஐயும் ஓர் இணை கொண்டுள்ளது; இங்கு $a, b \in \mathbb{R}$. இணையின் காவித் திருப்பம் $\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$ எனின், α, a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2. ஒரு நிலைத்த உற்பத்தி O தொடர்பாக A, B, C என்னும் மூன்று புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் முறையே $2\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}, \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}, 2\mathbf{i} - \mathbf{j} - \mathbf{k}$ ஆகும். $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ஐக் கண்டு, **இதிலிருந்து,** A, B, C ஆகியவற்றைக் கொண்ட தளத்திற்குச் செங்குத்தான ஓர் அலகுக் காவியைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[பக். 3 ஐப் பார்க்க

Download all Past Papers> https://bookbeekid.com/resource/past-papers/

3. ஆரை a ஐயும் உயரம் h ஐயும் அடர்த்தி ρ ஐயும் உடைய ஒரு சீரான செவ்வட்டத் திண்ம உருளை அடர்த்தி 2ρ ஐ உடைய ஓர் ஏகவினத் திரவத்தில், அதன் அச்சு நிலைக்குத்தாக இருக்குமாறு, பகுதியாக அமிழ்ந்து மிதக்கின்றது. உருளையின் அமிழ்ந்த உயரம் a எனத் தரப்பட்டுள்ளது. $h = 2a$ எனக் காட்டுக. உருளையின் அமிழ்ந்த உயரம் $\frac{3a}{2}$ ஆக இருப்பதற்கு உருளையின் மேல் விளிம்பின் மையத்தில் நிலைக்குத்தாகப் பிரயோகிக்க வேண்டிய விசையையும் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4. நேரம் t இல் ஒரு துணிக்கை P இன் வேகக் காவி $\mathbf{v}(t) = (\sin t + \cos t)\mathbf{i} + (t + t^2)\mathbf{j} + e^t\,\mathbf{k}$ இனால் தரப்படுகின்றது. மேலும், $t = 0$ இல் P இன் தானக் காவி P இன் ஆர்முடுகற் காவிக்குச் சமமெனத் தரப்பட்டுள்ளது. நேரம் t இல் P இன் தானக் காவியைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

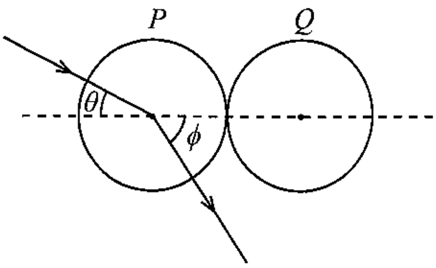
....

....

[பக். 4 ஐப் பார்க்க

Download all Past Papers> https://bookbeekid.com/resource/past-papers/

5. திணிவு m ஐ உடைய ஓர் ஒப்பமான கோளம் P ஆனது கதி u இற் சென்று தொடக்கத்திலே ஓய்வில் இருக்கும் ஒரு சர்வசமக் கோளம் Q உடன் மோதுகின்றது. மோதுகைக்கு உடனடியாக முன்னர் P இன் வேகம் மையமிணை கோட்டுடன் கோணம் θ ஐ ஆக்குகின்றது. மோதுகைக்கு உடனடியாகப் பின்னர் P இன் வேகம் மையமிணை கோட்டுடன் கோணம் ϕ ஐ ஆக்குகின்றது (உருவைப் பார்க்க). கோளங்களுக்கிடையே உள்ள மீளமைவுக் குணகம் $e\,(e<1)$ ஆகும். $\tan\phi = \dfrac{2\tan\theta}{1-e}$ எனக் காட்டுக.



....

....

....

....

....

....

....

....

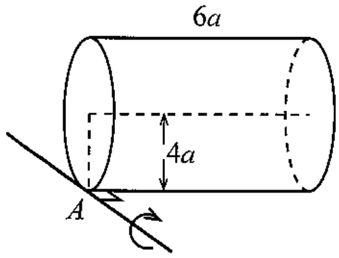
....

....

....

....

6. திணிவு M ஐ உடைய ஒரு சீரான செவ்வட்டத் திண்ம உருளையின் ஆரை $4a$ உம் உயரம் $6a$ உம் ஆகும். உருளையின் அச்சிற்குச் செங்குத்தாகத் திணிவு மையத்தினூடாக உள்ள ஓர் அச்சைப் பற்றிய உருளையின் சடத்துவத் திருப்பம் $7Ma^2$ ஆகும். உருளையின் ஒரு முனையின் பரிதி மீது உள்ள ஒரு புள்ளி A இனூடாக உள்ள ஒரு நிலைத்த ஒப்பமான கிடை அச்சுப் பற்றி உருளை சுழலத்தக்கது. சுழற்சி அச்சு அப்பரிதிக்கு ஒரு தொடலியாகும். புள்ளி A இற்கு மேலே ஓர் உயரம் $4a$ இல் உருளையின் அச்சு கிடையாக இருக்குமாறு உருளை ஓய்வில் வைக்கப்பட்டுள்ளது (உருவைப் பார்க்க). உருளை விடுவிக்கப்படும் எனின், உருளையின் அச்சு நிலைக்குத்தாக இருக்கும் கணத்தில் உள்ள கோணக் கதி $\sqrt{\dfrac{7g}{16a}}$ எனக் காட்டுக.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[பக். 5 ஐப் பார்க்க

Download all Past Papers> https://bookbeekid.com/resource/past-papers/

7. மாணவன் ஒருவன் ஒரு பலவினுள் தெரிவு வினாத்தாளுக்கான விடைகளை எழுமாற்றாக ஊகிக்கின்றான். ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் ஐந்து தெரிவுகள் இருக்கும் அதே வேளை இவற்றில் ஒரு தெரிவு மாத்திரம் சரியானதாகும். மாணவன் ஒரு வினாவிற்குத் தெரிந்தெடுக்கும் விடை வேறெந்த வினாவிற்கும் தெரிந்தெடுக்கும் விடையைச் சாராதது.

(i) முதல் மூன்று வினாக்களுக்குமான விடைகள் எல்லாம் சரியானவையாக இருப்பதற்கான,

(ii) முதல் மூன்று வினாக்களுக்குமான விடைகளில் உயர்ந்தபட்சம் இரண்டு விடைகள் சரியானவையாக இருப்பதற்கான

நிகழ்தகவைக் கணிக்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

8. ஒரு குறித்த பொறியின் ஆயுட்காலம் ஓர் அடுக்குக்குறிப் பரம்பலைப் பின்பற்றுகின்றது. பயன்பாட்டில் உள்ள முதலாவது ஆண்டின்போது பொறி தொழிற்படத் தவறாமைக்கான நிகழ்தகவு 0.7 ஆகும். பொறி தொழிற்படத் தவறாமல் இரண்டு ஆண்டுகளைக் கடந்து தொழிற்படுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.
பொறி அதன் முதலாவது ஆண்டில் தொழிற்படத் தவறில்லையெனத் தரப்படும்போது, அது தவறாமல் மேலும் ஓர் ஆண்டிற்குத் தொழிற்படுவதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[பக். 6 ஐப் பார்க்க

Download all Past Papers> https://bookbeekid.com/resource/past-papers/

9. ஒரு தொடர் எழுமாற்று மாறி X இன் திரள் பரம்பற் சார்பு $F(x)$ ஆனது

$$F(x)=\begin{cases} kx(x+1) & , \quad 0\le x\le 3 \text{ எனின்,} \\ 1 & , \quad x>3 \text{ எனின்,} \\ 0 & , \quad \text{அவ்வாறு இல்லாவிட்டால்,} \end{cases}$$

இனால் தரப்படுகின்றது. k இன் பெறுமானம், X இன் இடையம், X இன் இடை ஆகியவற்றைக் காண்க.

10. ஒரு பின்னக எழுமாற்று மாறி X இன் நிகழ்தகவுத் திணிவுச் சார்பு கீழே தரப்பட்டுள்ளது:

x	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	0.1	0.2	k	0.2	0.1

k இன் பெறுமானம், X இன் இடை, X இன் மாறற்றிறன் ஆகியவற்றைக் காண்க.

$Y=aX-1$ இனால் வரையறுக்கப்படும் எழுமாற்று மாறி Y இன் இடை 0 எனின், a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

* *

[பக். 7 ஐப் பார்க்க

Download all Past Papers> https://bookbeekid.com/resource/past-papers/

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව /முழுப் பதிப்புரிமையுடையது/All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

அධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2024
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2024
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2024

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 T II

பகுதி B

※ **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. (*a*) ஒரு விசை $\mathbf{F}$ ஆனது உற்பத்தி O பற்றி $2\mathbf{i}-2\mathbf{j}+3\mathbf{k}$ திருப்பத்தை உண்டாக்குகின்றது. $\mathbf{F}$ இன் தாக்கக் கோடு x-அச்சுக்குச் செங்குத்தான ஒரு தளத்தில் இருக்கும் அதே வேளை புள்ளி $A\equiv(1,\ 1,\ 0)$ இனூடாகச் செல்கின்றது.

(i) $\mathbf{F}$ ஐத் துணிக.

(ii) புள்ளி $B\equiv(p,\ 0,\ q)$ பற்றி விசை $\mathbf{F}$ இன் திருப்பம் பூச்சியமெனத் தரப்பட்டுள்ளது. $p,\ q$ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(*b*) ஒரு நிலைத்த உற்பத்தி O தொடர்பாக ஒரு விறைத்த பொருளின் $A,\ B$ என்னும் புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் முறையே $b\mathbf{i},\ 3\mathbf{i}+4\mathbf{j}+12\mathbf{k}$ ஆகும். பொருளின் மீது தாக்கும் ஒரு விசை $\mathbf{F}$ ஆனது O இனூடாகச் செல்லும் அதே வேளை அதன் தாக்கக் கோடு AB இற்குச் சமாந்தரமாகும். மேலும் பொருளின் மீது தாக்கும் $b\mathbf{i}-8\mathbf{j}+8\mathbf{k},\ p\mathbf{k}$ ஆகிய விசைகளின் தானக் காவிகள் முறையே $b\mathbf{i},\ 3\mathbf{i}+4\mathbf{j}$ ஆன புள்ளிகளினூடாகச் செல்கின்றன. தொகுதி ஓர் இணையாக ஒடுங்குகின்றதெனத் தரப்படும்போது, $\mathbf{F},\ p$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

இணையை வடிவம் $a\mathbf{i}+b\mathbf{j}+c\mathbf{k}$ இற் காண்க.

12. $AB=a,\ BC=b$ ஆன செவ்வகம் $ABCD$ வடிவமுள்ள ஓர் அடர் ஓர் ஏகவினத் திரவத்தில், அதன் மேற்பரப்பு நிலைக்குத்தாகவும் விளிம்பு AB அத்திரவத்தின் சுயாதீன மேற்பரப்பு மீதும் இருக்குமாறு, அமிழ்த்தப்பட்டுள்ளது. அடரின் அமுக்க மையம் திரவத்தின் சுயாதீன மேற்பரப்பிலிருந்து ஆழம் $\frac{2b}{3}$ இல் இருக்கின்றதெனக் காட்டுக.

ஒரு சதுரமுகி வடிவத் தாங்கியின் நிலைக்குத்துப் பக்கங்களில் ஒன்றில், கிடையான மேல் விளிம்பு PQ வழியே ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ள ஒரு பக்கத்தின் நீளம் c ஆன சதுர வடிவமுள்ள, ஒரு மூடி $PQRS$ உள்ளது. அடர்த்தி ρ ஐ உடைய ஓர் ஏகவினத் திரவம் இத்தாங்கியில் மட்டம் PQ வரைக்கும் இடப்பட்டுள்ளது. மூடி மூடப்பட்டிருப்பதற்கு $PQRS$ இன் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக RS இன் நடுப்புள்ளியிற் பிரயோகிக்கப்பட வேண்டிய குறைந்தபட்ச விசையின் பருமனைக் காண்க.

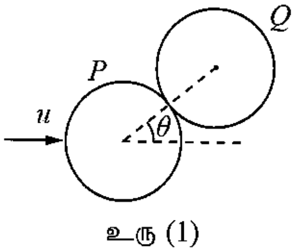
13. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P ஆனது நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி ஒரு தொடக்க வேகம் u உடன் புவியீர்ப்பின் கீழ் எறியப்படுகின்றது. ஓரலகுத் திணிவிற்கு வளியின் தடை gv^2 எனக் கொள்க; இங்கு v ஆனது P இன் வேகமாகும். P இன் இயக்கச் சமன்பாட்டைப் பெற்று, உயரம் $\frac{1}{2g}\ln(1+u^2)$ இல் P ஓய்வுக்கு வருகின்றதெனக் காட்டுக.

துணிக்கை எறியப் புள்ளிக்குத் திரும்பி வரும் வேகம் ω ஆனது $\omega=\frac{u}{\sqrt{u^2+1}}$ இனால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

Download all Past Papers> https://bookbeekid.com/resource/past-papers/

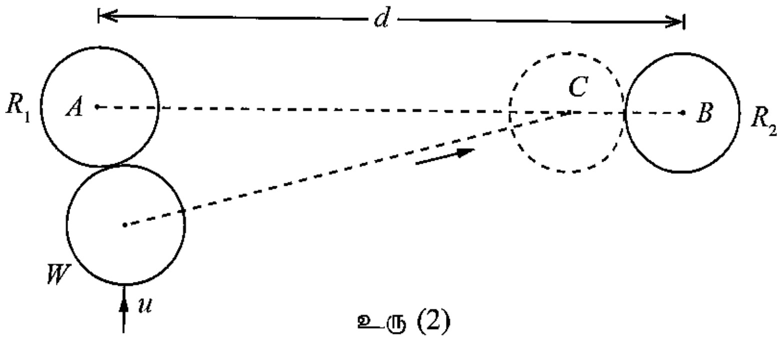
14. (*a*)



உரு (1)

ஓர் ஒப்பமான கோளம் P ஆனது கதி u உடன் இயங்கிக் கொண்டு, ஓய்வில் உள்ள ஒரு சர்வசமக் கோளம் Q உடன் பூரண மீள்தன்மை மோதுகையை ஆக்குகின்றது. மோதுகைக்குச் சற்று முன்னர் P இன் வேகம் மையமிணை கோட்டுடன் கோணம் θ ஐ ஆக்குகின்றது (உரு (1) ஐப் பார்க்க). மோதுகைக்குப் பின்னர் P, Q ஆகியவற்றின் கதிகளைக் கண்டு, மோதுகைகளுக்குப் பின்னர் P, Q ஆகியவற்றின் இயக்கத் திசைகள் செங்குத்தானவையெனக் காட்டுக.

(*b*)



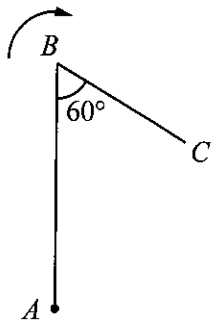
உரு (2)

ஒரு பிலியாட்டு விளையாட்டில், எல்லா பிலியாட்டுப் பந்துகளும் சர்வசமனாகவும் ஆரை r ஐக் கொண்டும் உள்ளன. எல்லாப் பந்துகளும் ஒப்பமானவையும் மோதுகைகள் பூரண மீள்தன்மை மோதுகைகளுமாகும் எனக் கொள்க. R_1, R_2 என்னும் இரு சிவப்பு நிறப் பந்துகள் அவற்றின் மையங்கள் முறையே A, B என்னும் புள்ளிகளில் இருக்கத் தொடக்கத்தில் ஓய்வில் இருக்கின்றன; இங்கு $AB = d(>3r)$. ஒரு வெள்ளை நிறப் பந்து W ஆனது AB இற்குச் செங்குத்தான ஒரு திசையில் R_1 ஐ நோக்கிக் கதி u உடன் இயங்குகின்றது. R_1 உடன் மோதிய பின்னர் W தன் திசையை மாற்றிக் கொண்டு சென்று R_2 உடன் மோதுகின்றது. R_2 உடன் மோதும் கணத்தில் W இன் மையம் AB மீதுள்ள ஒரு புள்ளி C இல் இருக்கின்றது. (உரு (2) ஐப் பார்க்க). மேலே (*a*) இல் உள்ள பேறைப் பயன்படுத்தி அல்லது வேறு விதமாக,

(i) இரண்டாம் மோதுகைக்குப் பின்னர் R_2, W ஆகியன இயங்கும் திசைகளை எடுத்துரைக்க.

(ii) இரண்டாம் மோதுகைக்குப் பின்னர் R_2, W ஆகியவற்றின் கதிகளைக் காண்க.

15. $A\hat{B}C = 60°$ ஆக இருக்குமாறு B இல் ஒருமிக்க விறைப்பாக மூட்டப்பட்ட முறையே $4a$, $2a$ என்னும் நீளங்களை உடைய AB, BC என்னும் இரு சீரான கோல்களை ஒரு சட்டம் கொண்டுள்ளது (உருவைப் பார்க்க). இரு கோல்களினதும் அலகு நீளத்தின் திணிவு m ஆகும். A இனூடாகச் சட்டத்தின் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக உள்ள ஓர் அச்சைப் பற்றிச் சட்டத்தின் சடத்துவத் திருப்பம் $48ma^3$ எனக் காட்டுக.



A இனூடாகச் சட்டத்தின் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக உள்ள ஒரு நிலைத்த கிடை அச்சைப் பற்றிச் சட்டம் சுயாதீனமாகச் சுழலத்தக்கது. தொடக்கத்தில் A இற்கு மேலே B இருக்க AB நிலைக்குத்தாக இருக்கும் அதே வேளை சட்டத்திற்கு ஒரு கோணக் கதி $\sqrt{\frac{3g}{8a}}$ தரப்படுகின்றது. சட்டம் இயங்கும் போக்கானது, AB முதல் தடவை கிடையாக இருக்கும்போது AB இற்குக் கீழே C இருக்குமாறு, உள்ளது. AB கிடையாக இருக்கும் கணத்தில் சட்டத்தின் கோணக் கதி $\sqrt{\frac{\left(24+\sqrt{3}\right)g}{24a}}$ எனக் காட்டுக.

[பக். 9 ஐப் பார்க்க

Download all Past Papers> https://bookbeekid.com/resource/past-papers/

16. ஒரு கணினி விளையாட்டு மட்டம் 1, மட்டம் 2 என்னும் இரு மட்டங்களைக் கொண்டுள்ளது. ஒரு விளையாட்டு வீரர் மட்டம் 1 இல் ஆரம்பித்து மட்டம் 1 இன் பேறு எவ்வாறு இருப்பினும் மட்டம் 2 இற்குச் செல்கின்றார். மட்டம் 1 இல் வெல்வதற்கான நிகழ்தகவு 0.6 ஆகும். மட்டம் 1 இல் வெல்வதற்கான அல்லது மட்டம் 1 இல் தோற்பதற்கான நிகழ்தகவைச் சார்ந்து மட்டம் 2 இல் வெல்வதற்கான நிகழ்தகவு முறையே 0.4 அல்லது 0.2 ஆகும்.

(i) ஒரு விளையாட்டு வீரர்,

(a) இரு மட்டங்களிலும் வெல்வதற்கான,

(b) இரு மட்டங்களில் ஒன்றில் மாத்திரம் வெல்வதற்கான,

நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) ஒரு விளையாட்டில் விளையாட்டு வீரர் ஒருவர் மட்டம் 2 இல் வென்றுள்ளாரெனத் தரப்பட்டிருக்கும்போது அவர் அவ்விளையாட்டின் மட்டம் 1 இல் வென்றிருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(iii) விளையாட்டு வீரர் ஒருவர் ஒரு விளையாட்டின் இரு மட்டங்களிலும் வெல்லும் வரைக்கும் இக்கணினி விளையாட்டை மீண்டும் மீண்டும் விளையாடுகின்றார். வெவ்வேறு விளையாட்டுகளின் பேறுகள் சாராதவையெனக் கொள்வோம். ஒரு விளையாட்டின் இரு மட்டங்களிலும் வெல்வதற்கு விளையாட்டு வீரர் ஒருவர் விளையாட வேண்டும் என எதிர்பார்க்கப்படும் விளையாட்டுகளின் எதிர்பார்த்த எண்ணிக்கையைக் காண்க.

17. (a) ஓர் எழுமாற்று மாறி X ஆனது

$x = 0, 1, 2, \ldots$ இற்கு நிகழ்தகவுத் திணிவுச் சார்பு $P(X=x) = \dfrac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!}$ உடன் ஒரு புவசோன் பரம்பலைப் பின்பற்றுகின்றது; இங்கு $\lambda (> 0)$ ஒரு பரமானமாகும்.

$E(X) = \lambda$ எனவும் $E(X^2) = \lambda^2 + \lambda$ எனவும் காட்டுக.

எழுத்துகளை இனங்காணும் முறைமை ஒன்றின் மூலம் ஒரு பக்கத்தில் வழுக்களுடன் இனங்காணப்பட்ட எழுத்துகளின் எண்ணிக்கை இடை 0.5 உடன் ஒரு புவசோன் பரம்பலைப் பின்பற்றுகின்றது. ஒரு பக்கத்தில் வழுக்களுடன் இனங்காணப்பட்ட எழுத்துகளின் எண்ணிக்கையின் மாறற்றிறனைக் காண்க.

இம்முறைமை ஒரு குறித்த பக்கத்தில் உயர்ந்தபட்சம் வழுக்களுடனான இரு எழுத்துகளை இனங்கண்டுள்ளதெனத் தரப்படும்போது, அப்பக்கத்தில் வழுக்களுடன் இனங்காணப்பட்ட எழுத்துகள் இல்லாமைக்கான நிகழ்தவைக் காண்க.

(b) ஒரு குறித்த உற்பத்தியில் ஓர் உற்பத்திப் பொருளில் உள்ள செம்பின் அளவு ஓர் இடை 59.9 கிராமுடனும் ஒரு நியம விலகல் 2.5 கிராமுடனும் ஒரு செவ்வன் பரம்பலைப் பின்பற்றுகின்றது. இவ்வுற்பத்தியிலிருந்து ஓர் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்த உற்பத்திப் பொருளில் உள்ள செம்பின் அளவு 61 கிராமிலும் கூடியதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

செம்பின் அளவு 61 கிராமிலும் குறைவாக இருக்கும் உற்பத்திப் பொருள்களிடையே என்ன சதவீதத்தில் செம்பின் அளவு 60 கிராமிலும் அதிகமாக இருக்கும் என்பதைக் காண்க.

* * *

Download all Past Papers> https://bookbeekid.com/resource/past-papers/